Didaktický test 7

1 **Vypočtěte, kolikrát je rozdíl čísel 1,5 a $\frac{5}{6}$ menší než jejich podíl (v uvedeném pořadí). Výsledek vyjádřete desetinným číslem.** /Operace s čísly, s. 12/ **1 bod**

Rozdíl čísel: $1{,}5-\frac{5}{6}=\frac{3}{2}-\frac{5}{6}=\frac{9-5}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

Podíl čísel: $\dfrac{1{,}5}{\frac{5}{6}}=1{,}5\cdot\frac{6}{5}=\frac{9}{5}$

$\frac{9}{5}:\frac{2}{3}=\frac{9}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{27}{10}=2{,}7$

Rozdíl čísel je **2,7krát** menší než jejich podíl.

2 **Vypočtěte:** /Operace s čísly, s. 12/

2.1 $\left(2^2-\sqrt{4}\right)^2\cdot\left(4-\sqrt{25}\right)=(4-2)^2\cdot(4-5)=2^2\cdot(-1)=\mathbf{-4}$

2.2 $10^2\cdot 0{,}9+150:\sqrt{25^2-10\,000:25}=90+150:\sqrt{625-400}=$

$=90+150:\sqrt{225}=$

$=90+150:15=90+10=\mathbf{100}$

$$\begin{array}{r} 25\\ \cdot 25\\ \hline 125\\ 50\\ \hline 625 \end{array}$$

3 **Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru, nebo celým číslem.** /Operace s čísly, s. 12/

3.1 $$\frac{\left(\frac{2}{9}-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{3\cdot 3^2}{(17-6)}}{1{,}5}=\frac{\left(\frac{8-30}{36}\right)\cdot\frac{27}{11}}{1{,}5}=\frac{\left(-\frac{22}{4}\right)\cdot\frac{3}{11}}{1{,}5}=\frac{\left(-\frac{2}{4}\right)\cdot\frac{3}{1}}{1{,}5}=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{1}}{\frac{3}{2}}=\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}=\mathbf{-1}$$

3.2 $$\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{4}\right):\left(2{,}5-\frac{2^2}{3}\right)=\frac{8+7}{28}:\left(\frac{25}{10}-\frac{4}{3}\right)=\frac{15}{28}:\frac{75-40}{30}=\frac{15}{28}\cdot\frac{30}{35}=\frac{3}{14}\cdot\frac{15}{7}=\mathbf{\frac{45}{98}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

4 **Zjednodušte:** /Operace s algebraickými výrazy, s. 16/ **r**

(Výsledný výraz nesmí obsahovat závorky.)

4.1 $x\cdot(x+1)\cdot(x-1)\cdot\left(x^2+1\right)+x=x\cdot\left(x^2-1\right)\cdot\left(x^2+1\right)+x=x\cdot\left(x^4-1\right)+x=x^5-x+x=\mathbf{x^5}$

4.2 $4x-\left[9x-(3x+1)^2\right]=4x-\left[9x-\left(9x^2+6x+1\right)\right]=4x-\left(9x-9x^2-6x-1\right)=$

$=4x-\left(3x-9x^2-1\right)=4x-3x+9x^2+1=\mathbf{9x^2+x+1}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

5 **Řešte rovnici:** /Lineární rovnice, s. 19/ 1

5.1 $(m+3)\cdot(m-3)=m\cdot(m-5)+1$

$$m^2-9=m^2-5m+1 \qquad \Big| -m^2+5m+9$$
$$5m=1+9$$
$$5m=10$$
$$\boldsymbol{m=2}$$

5.2 $\frac{2}{5}\cdot(m-3)=\frac{2m}{3}+4\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{5}\cdot(m-3)=\frac{2m}{3}+\frac{14}{3} \qquad \Big|\cdot 15$$
$$6\cdot(m-3)=10m+70$$
$$6m-18=10m+70$$
$$-4m=88 \qquad \Big| :(-4)$$
$$\boldsymbol{m=-22}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Během kůrovcové kalamity byla v prvním roce vykácena polovina stromů rostoucí v lese.

Ve druhém roce byly vykáceny $\frac{2}{3}$ zbylých stromů.

Třetí rok bylo v tomto lese vysázeno 350 nových stromků,
čímž se počet stromů v lese zvýšil 2,4krát oproti stavu po druhém roce.

Jinak se v lese žádné další stromy nekácely ani nevysazovaly.

6 **Původní počet stromů v lese před kalamitou označte *x*.** /Slovní úlohy, s. 21/ **max. 4 body**

Původní počet stromů v lese před kalamitou .... x stromů

1. rok bylo vykáceno $\frac{x}{2}$ stromů .... zbylo $\frac{x}{2}$ stromů

2. rok bylo vykáceno $\frac{2}{3}$ z $\frac{x}{2}$, tj. $\frac{2}{3}\cdot\frac{x}{2}=\frac{x}{3}$ stromů .... zbylo $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=\frac{3x-2x}{6}=\frac{x}{6}$

3. rok bylo vysázeno 350 nových stromů .... bylo $\left(\frac{x}{6}+350\right)$ stromů

6.1 V závislosti na veličině *x* vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část počtu stromů byla vykácena ve druhém roce. $\boldsymbol{\frac{x}{3}}$

6.2 V závislosti na veličině *x* vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část počtu stromů zbyla v lese po druhém roce kácení. $\boldsymbol{\frac{x}{6}}$

6.3 Vypočtěte, kolik stromů bylo v lese před kůrovcovou kalamitou.

$$\frac{x}{6}+350=2{,}4\cdot\frac{x}{6} \qquad \Big|\cdot 6$$
$$x+2\,100=2{,}4x$$
$$2\,100=1{,}4x$$
$$x=\frac{2\,100}{1{,}4}=\frac{21\,000}{14}=\frac{3\,000}{2}=1\,500$$

Před kůrovcovou kalamitou bylo v lese celkem **1 500 stromů**.

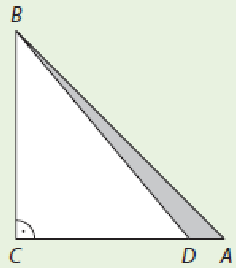
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Pan Hejsek vlastnil pozemek tvaru rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku *ABC* o celkovém obsahu 11 250 m^2.

Část tohoto pozemku od pana Hejska odkoupila obec při stavbě nové silnice.

Na plánku s měřítkem 1 : 1 000 je úsečka *AD* dlouhá 2,5 cm.

Odkoupená část je ve tvaru šedě vybarveného trojúhelníku *ABD*.



7 /Pravoúhlý trojúhelník, s. 41/ **max. 3 body**

7.1 Vypočtěte v metrech skutečnou délku strany *BC*.

$|BC| = |AC|$

Délku $|BC|$ vypočteme ze vzorce pro obsah trojúhelníku *ABC*:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{|AC| \cdot |BC|}{2}$$

$$11\,250 = \frac{|BC| \cdot |BC|}{2}$$

$$22\,500 = |BC|^2$$

$$|BC| = \sqrt{22\,500}\ \text{m}$$

$$|BC| = \mathbf{150\ m}$$

7.2 Vypočtěte v m^2 skutečný obsah odkoupené části pozemku.

Vypočteme skutečnou délku strany *AD*:

$|AD| = 2{,}5 \cdot 1\,000\ \text{cm} = 2\,500\ \text{cm} = 25\ \text{m}$

Potom: $|CD| = |CA| - |AD| = (150 - 25)\ \text{m} = 125\ \text{m}$

Skutečný obsah trojúhelníku *CDB* je: $S_{\triangle CDB} = \dfrac{|CD| \cdot |CB|}{2} = \dfrac{125 \cdot 150}{2}\ \text{m}^2 = \dfrac{18\,750}{2}\ \text{m}^2 = 9\,375\ \text{m}^2$

Skutečný obsah trojúhelníku *DAB* je: $S_{\triangle DAB} = (11\,250 - 9\,375)\ \text{m}^2 = 1\,875\ \text{m}^2$

Skutečný obsah odkoupené části pozemku je **1 875 m^2**.

7.3 Určete, kolikrát je odkoupená část pozemku menší než původní pozemek.

$$\frac{11\,250}{1875} = \frac{2\,250}{375} = \frac{450}{75} = \frac{90}{15} = \frac{18}{3} = 6$$

Odkoupená část je **6krát** menší než původní pozemek.

8.1 Vypočtěte ve stupních a minutách polovinu třetiny úhlu o velikosti 146°.

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 146^\circ = \frac{146^\circ}{6} = \left(24\frac{2}{6}\right)^\circ = \mathbf{24^\circ 20'}$

8.2 Vypočtěte v km, kolik je $38{,}5\cdot 10^4$ m.

$38{,}5\cdot 10^4\ \text{m} = 385\,000\ \text{m} = \mathbf{385\ km}$

8.3 Vypočtěte v km/h, kolik je 7,5 m/s.

$7{,}5\ \text{m/s} = 7{,}5\cdot 3{,}6\ \text{km/h} = \mathbf{27\ km\,/\,h}$

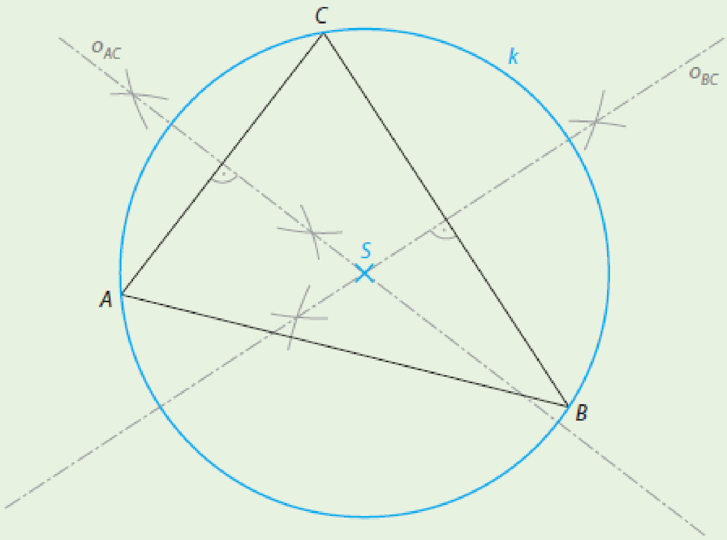
$$\begin{array}{r} 7{,}5 \\ \cdot\, 3{,}6 \\ \hline 450 \\ 225 \\ \hline 27{,}00 \end{array}$$

9

/Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 3 body**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9.1

9.1 V rovině je dán trojúhelník *ABC*.



9.1 Zápis konstrukce:

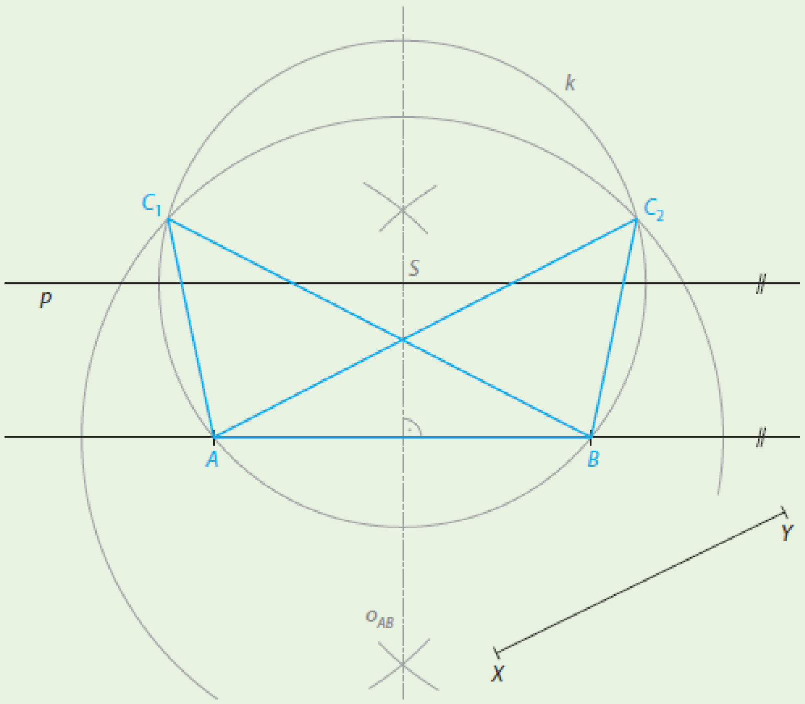
1. o_{BC}, osa úsečky BC
2. o_{AC}, osa úsečky AC
3. S; $S \in o_{AC} \cap o_{BC}$
4. k; $k(S; r = |SA|)$

9.1 Sestrojte kružnici $k(S; r)$ opsanou trojúhelníku ABC.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9.2

9.2 V rovině jsou dány dvě rovnoběžky AB, p a úsečka XY.



9.2 Zápis konstrukce:

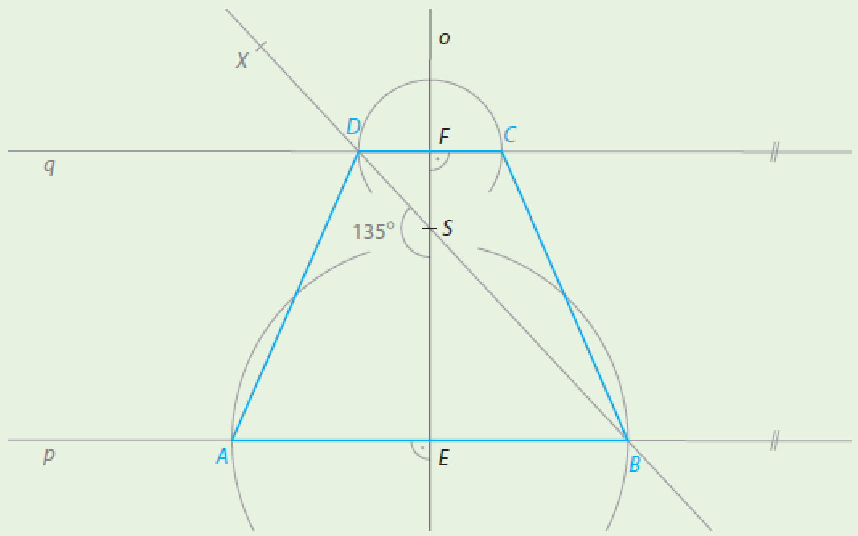
1. o_{AB}, osa úsečky AB
2. $S; S \in o_{AB} \cap p$
3. $k; k(S; r = |AS|)$
4. $l; l(S_{AB}; r = |XY|)$
5. $C_1, C_2; C_1, C_2 \in k \cap l$
6. $\triangle ABC_1, \triangle ABC_2$

9.2 **Sestrojte chybějící vrchol C trojúhelníku ABC, jehož střed S kružnice opsané leží na přímce p a velikost těžnice t_c na stranu AB odpovídá délce úsečky XY. Zobrazte všechna řešení.**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka *o* a na ní body *E*, *F*, *S*.



Zápis konstrukce:

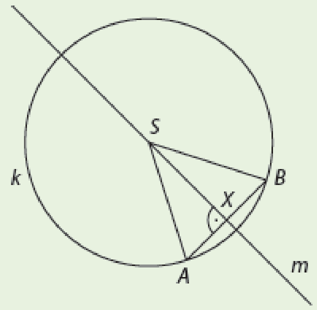
1. $p; p \perp o, E \in p$
2. $q; q \perp o, F \in q$
3. $X; |\sphericalangle XSE| = 135°$
4. $D; D \in q \cap SX$
5. $B; B \in p \cap SX$
6. $A; A \in p, |AE| = |BE|, A \neq B$
7. $C; C \in q, |CF| = |DF|, C \neq D$
8. lichoběžník *ABCD*

10 Přímka *o* je osou souměrnosti rovnoramenného lichoběžníku *ABCD* se základnami *AB* a *CD*. Bod *E* je středem základny *AB* a bod *F* je středem základny *CD*. Bod *S* je průsečíkem úhlopříček. Úhel *ESD* má velikost 135°. **Sestrojte chybějící vrcholy *A*, *B*, *C*, *D* rovnoramenného lichoběžníku *ABCD* a lichoběžník narýsujte.** /Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 2 body**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině leží kružnice k se středem S a poloměrem r.
Přímka m je kolmá na úsečku AB, která je tětivou kružnice k.
Obsah kruhu vymezeného kružnicí k je 169π cm^2.
Úsečka SX má délku 12 cm.



11 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).** /Rovinné útvary, s. 49/ **max. 4 body**

		A	N
11.1	Trojúhelník XBS má obsah právě 30 cm^2.	☒	☐
11.2	Délka kružnice k je právě 26π cm.	☒	☐
11.3	Délka tětivy AB je právě 10 cm.	☒	☐

Poloměr kruhu vypočteme ze vzorce pro obsah kruhu:

$$S = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{169\pi}{\pi}}\ \text{cm} = \sqrt{169}\ \text{cm} = 13\ \text{cm}$$

Podle Pythagorovy věty pro trojúhelník XBS vypočteme délku úsečky XB:

$$|SB|^2 = |XB|^2 + |SX|^2$$

$$13^2 = |XB|^2 + 12^2$$

$$|XB| = \sqrt{169 - 144}\ \text{cm} = \sqrt{25}\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$$

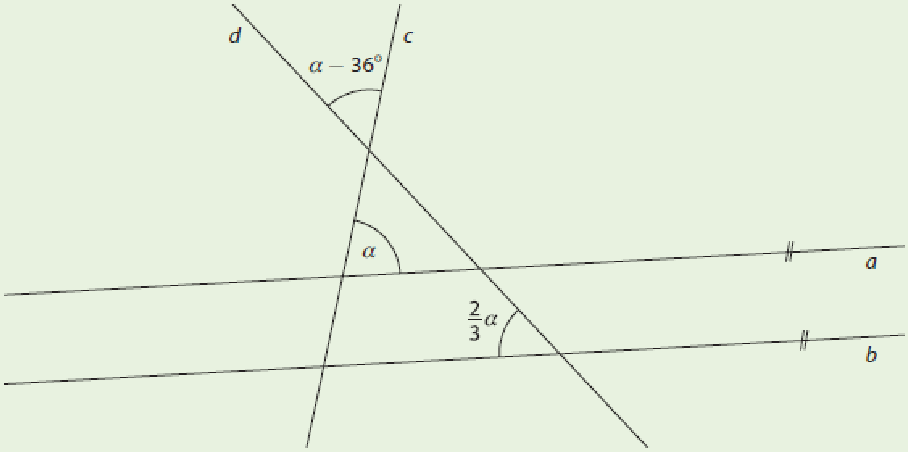
Obsah trojúhelníku XBS je: $S_{\triangle XBS} = \frac{|XB| \cdot |SX|}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2}\ \text{cm}^2 = 5 \cdot 6\ \text{cm}^2 = 30\ \text{cm}^2$

Délka kružnice je: $o = 2\pi r = 2\pi \cdot 13\ \text{cm} = 26\pi\ \text{cm}$

Délka tětivy AB je: $|AB| = 2 \cdot |XB| = 2 \cdot 5\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V rovině leží čtyři přímky a, b, c, d. Přímky a, b jsou rovnoběžky.



12 **Jaká je velikost úhlu α?** /Úhly, s. 46/ **2 body**
(Velikost úhlu neměřte, ale vypočtěte.)

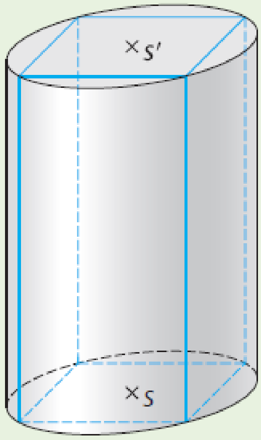
A) 54° B) 72° C) 81° D) 108° E) žádná z uvedených

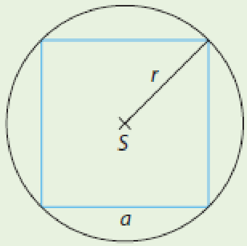
$$(\alpha - 36^\circ) + \alpha + \frac{2}{3}\alpha = 180^\circ$$
$$\frac{8}{3}\alpha = 180^\circ + 36^\circ$$
$$\frac{8}{3}\alpha = 216^\circ \quad | \cdot 3$$
$$8\alpha = 648^\circ \quad | : 8$$
$$\alpha = 81^\circ$$

Správná odpověď je **C**.

Z dřevěného válce vysokého 1 m byl vyřezán stejně vysoký kvádr se čtvercovou podstavou tak, aby odpad byl co nejmenší.

Poloměr podstavy válce v metrech je označen r, délka podstavné hrany kvádru v metrech je označena a.





13 **Jaký je objem odpadního materiálu?** /Tělesa, s. 53/ **2 body**

A) $r^2\pi$ m^3 B) $r^2\cdot(\pi-1)$ m^3 C) $r^2\cdot(\pi-2)$ m^3 D) $(2r\pi-a^2)$ m^3 E) žádný z uvedených

Čtvercová podstava kvádru má velikost strany a metrů a úhlopříčka podstavy je $2r$ metrů.
Z Pythagorovy věty vypočteme vztah mezi těmito dvěma veličinami:

$a^2+a^2=(2r)^2$

Odtud $2a^2=4r^2$, tedy $a^2=2r^2$.

Objem odpadního materiálu je:

$(\pi r^2\cdot 1-a^2\cdot 1)\,\mathrm{m}^3=(\pi r^2-a^2)\,\mathrm{m}^3=(\pi r^2-2r^2)\,\mathrm{m}^3=r^2\cdot(\pi-2)\,\mathrm{m}^3$

Správná odpověď je **C**.

V 10.00 vychází Adam z domu do knihovny, kde má sraz s kamarádem. Půjde-li Adam rychlostí 5 km/h, přijde na sraz o tři minuty později. Půjde-li stejnou cestou rychlostí 6 km/h, přijde na sraz o čtyři minuty dříve.

14 **Jakou vzdálenost má Adam ujít?** /Slovní úlohy, s. 21/ **2 body**

A) menší než 3,5 km B) 3,5 km C) 4 km D) 4,5 km E) větší než 4,5 km

Označme čas do setkání Adama s kamarádem jako t a délku trasy jako s.

$s=v\cdot t=v_1\cdot t_1=v_2\cdot t_2$

$v_1=5$ km/h $v_2=6$ km/h

$t_1=\left(t+\frac{3}{60}\right)$ h $t_2=\left(t-\frac{4}{60}\right)$ h

$5\cdot\left(t+\frac{3}{60}\right)=6\cdot\left(t-\frac{4}{60}\right)$

$5t+\frac{15}{60}=6t-\frac{24}{60}$

$\frac{39}{60}\text{ h}=t$

$s=5\cdot\left(\frac{39}{60}+\frac{3}{60}\right)\text{ km}=5\cdot\frac{42}{60}\text{ km}$

$s=\frac{210}{60}\text{ km}=\frac{21}{6}\text{ km}=\frac{7}{2}\text{ km}=3{,}5\text{ km}$

Správná odpověď je **B**.

15 **Přiřaďte ke každé otázce (15.1–15.3) odpovídající hodnotu (A–F).** /Procenta, s. 26/ **max. 6 bodů**

A) méně než 24 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27 F) více než 27

15.1 Velikosti stran obdélníku jsou v poměru 13 : 12.
Kolik % obvodu obdélníku činí délka jeho kratší strany?

B

Obvod $(13+12)\cdot 2 = 50$ dílků ...... 100 %
Kratší strana 12 dílků .... x %

$$\frac{x}{100} = \frac{12}{50}$$

$$x = \frac{12\cdot 100}{50}\,\% = \frac{120}{5}\,\%$$

$$x = 24\,\%$$

Správná odpověď je **B**.

15.2 Kolikaprocentní roztok dostaneme, jestliže v 600 g vody rozpustíme 200 g kuchyňské soli?

C

800 g roztoku .... 100 %
200 g soli .... x %

$$\frac{x}{100} = \frac{200}{800}$$

$$x = \frac{200\cdot 100}{800}\,\% = \frac{200}{8}\,\%$$

$$x = 25\,\%$$

Správná odpověď je **C**.