

Didaktický test 8

- 1 Vypočtěte rozdíl součinu čísel $\sqrt{3}$ a $\sqrt{12}$ a podílu čísel 10 a $(-1)^2$ (v uvedeném pořadí).

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \frac{10}{(-1)^2} = \sqrt{36} - 10 = 6 - 10 = -4$$

- 2 Vypočtěte:

/Operace s čísly, s. 12/ max. 2 body

2.1 $\sqrt{\{10^2 + [5 \cdot 5^2 - (1-13)^2]\}} \cdot 10^2 = \sqrt{100 + (125 - 144)} \cdot 10 = \sqrt{100 - 19} \cdot 10 = \sqrt{81} \cdot 10 = 9 \cdot 10 = 90$

2.2 $0,3^2 \cdot (3 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{121}) - 0,4 \cdot \sqrt{10} : 0,4 = 0,09 \cdot (3 \cdot 7 - 11) - 0,4 \cdot \sqrt{25} = 0,09 \cdot 10 - 0,4 \cdot 5 = 0,9 - 2 = -1,1$

- 3 Vypočtěte a výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru.

3.1 $1 : \frac{\frac{3}{4} - 0,25}{8 \cdot 0,15 - \frac{2^2}{5}} = 1 \cdot \frac{1,2 - \frac{4}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{6}{5} - \frac{4}{5}}{\frac{2}{4}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{5}$

3.2 $\left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) : \left(1\frac{1}{8} : 0,3 - 1\frac{2}{3}\right) = \frac{15 - 18 + 4}{24} : \left(\frac{9}{8} \cdot \frac{10}{3} - \frac{5}{3}\right) = \frac{1}{24} : \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} - \frac{5}{3}\right) =$
 $= \frac{1}{24} : \left(\frac{15}{4} - \frac{5}{3}\right) = \frac{1}{24} : \frac{45 - 20}{12} = \frac{1}{24} \cdot \frac{12}{25} = \frac{1}{50}$

- 4 Zjednodušte:

/Operace s algebraickým

(Výsledný výraz nesmí obsahovat závorky ani zlomky.)

4.1 $\frac{x}{6} \cdot (x-6) - \frac{x+3}{3} \cdot \frac{x-3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{x^2 - 6x}{6} - \frac{x^2 - 9}{6} - \frac{3}{6} = \frac{x^2 - 6x - x^2 + 9 - 3}{6} =$
 $= \frac{-6x + 6}{6} = \frac{6 \cdot (-x + 1)}{6} = -x + 1 = 1 - x$

4.2 $(m+5)^2 - (n-5)^2 = m^2 + 10m + 25 - (n^2 - 10n + 25) = m^2 - n^2 + 10m + 10n$

5 Řešte rovnici:

5.1 $x - \frac{9-3x}{5} = \frac{x-2}{3} + \frac{x-5}{5} \quad | \cdot 15$

$$15x - 3 \cdot (9 - 3x) = 5 \cdot (x - 2) + 3 \cdot (x - 5)$$

$$15x - 27 + 9x = 5x - 10 + 3x - 15$$

$$24x - 27 = 8x - 25$$

$$16x = 2$$

$$x = \frac{1}{8}$$

5.2 $3,2m - 1,8 - 2,5m = -0,5 \cdot (0,14m + 0,16m) + 6,7$

$$0,7m - 1,8 = (-0,5) \cdot 0,3m + 6,7$$

$$0,7m + 0,15m = 6,7 + 1,8$$

$$0,85m = 8,5$$

$$m = 10$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Žáci vystřihali z papíru 81 geometrických útvarů (kruhy, trojúhelníky a čtverce).

Počet trojúhelníků odpovídá $\frac{3}{4}$ počtu kruhů. Počet čtverců je stejný jako $\frac{2}{3}$ počtu trojúhelníků.

6 Počet všech kruhů označte x .

/Slovní úlohy, s. 21/ r

Počet kruhů	x
Počet trojúhelníků	$\frac{3}{4}x$
Počet čtverců	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{1}{2}x$

6.1 V závislosti na veličině x vyjádřete počet čtverců (zlomkem v základním tvaru).

Počet čtverců je $\frac{1}{2}x$.

6.2 Vypočtěte, kolik kruhů žáci vystřihali.

$$\begin{aligned}x + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x &= 81 && | \cdot 4 \\4x + 3x + 2x &= 81 \cdot 4 \\9x &= 81 \cdot 4 \\x &= 9 \cdot 4 \\x &= 36\end{aligned}$$

Žáci vystřihali **36 kruhů**.

6.3 Vyjádřete poměrem v základním tvaru počet kruhů, trojúhelníků a čtverců (v daném pořadí).

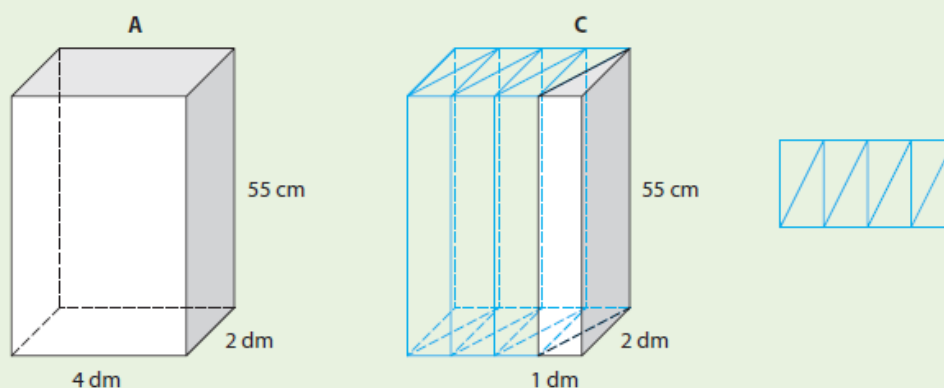
Počet trojúhelníků je: $\frac{3}{4} \cdot 36 = 27$

Počet čtverců je: $\frac{1}{2}x = 18$

počet kruhů : počet trojúhelníků : počet čtverců = $36 : 27 : 18 = 4 : 3 : 2$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Dřevěný kvádr A s podstavou o rozměrech 4 dm a 2 dm a výškou 55 cm byl rozřezán na několik stejných hranolů C s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami délky 1 dm a 2 dm. Výška hranolů C je 55 cm. Dva hranoly C byly slepeny tak, že vytvořily kvádr B vysoký 55 cm. Ze zbývajících hranolů byl slepen stejně vysoký hranol D s podstavou tvaru rovnoramenného lichoběžníku.



7

/Tělesa, s. 53/ max. 3 body

7.1 Vypočtete v cm^2 povrch kvádru B.

$$S_B = (10 \cdot 20 + 20 \cdot 55 + 10 \cdot 55) \cdot 2 \text{ cm}^2 = (200 + 1100 + 550) \cdot 2 \text{ cm}^2 = 1850 \cdot 2 \text{ cm}^2 = 3700 \text{ cm}^2$$

7.2 Vypočtete počet všech hranolů C.

Celkem 8 hranolů typu C.

7.3 Vypočtete v litrech objem hranolu D.

$$V_D = 3 \cdot 2 \cdot 5,5 \text{ dm}^3 = 6 \cdot 5,5 \text{ dm}^3 = 33 \text{ dm}^3 = 33 \text{ l}$$

8

8.1 Vypočtete v mililitrech, kolik je součet $\frac{1}{8}$ l, $1\frac{3}{4}$ l a 0,75 l.

$$\frac{1}{8} \text{ l} + 1\frac{3}{4} \text{ l} + 0,75 \text{ l} = 125 \text{ ml} + 1750 \text{ ml} + 750 \text{ ml} = 2625 \text{ ml}$$

8.2 Vypočtete, kolikrát méně jsou $\frac{2}{5}$ h než 1,4 h.

$$1,4 : \frac{2}{5} = \frac{14}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

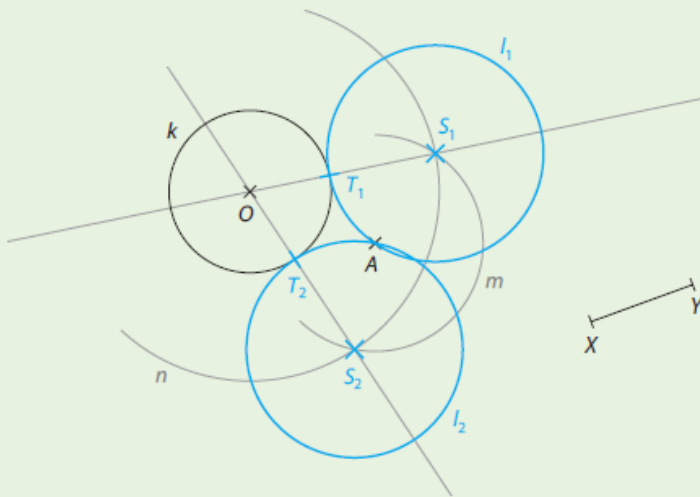
3,5krát

8.3 Vypočtete ve stupních šestinásobek úhlu $12^\circ 15'$.

$$12^\circ 15' \cdot 6 = 72^\circ 90' = 73^\circ 30' = 73,5^\circ$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží kružnice k se středem O , bod A a úsečka XY .



Zápis konstrukce:

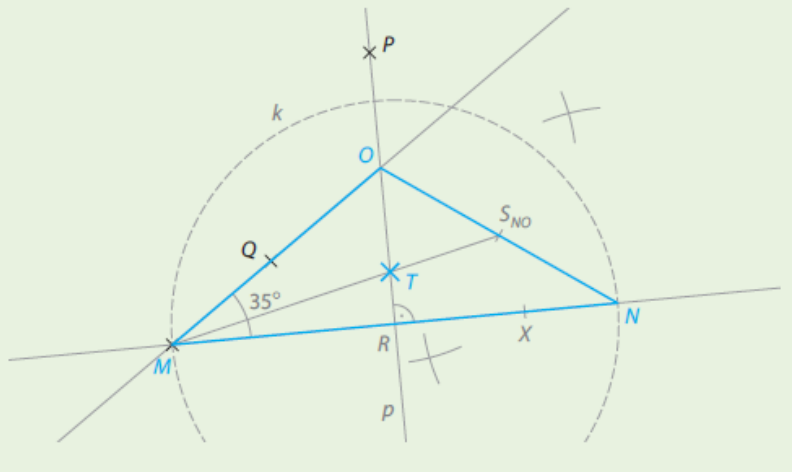
1. $m; m(A; r = |XY|)$
2. $n; n(O; r = |XY| + r_k)$,
kde r_k je poloměr kružnice k
3. $S; S \in m \cap n$
4. $T; T \in OS \cap k$
5. $l; l(S; r = |XY|)$

- 9 Kružnice l se středem S a poloměrem $r = |XY|$ má procházet bodem A a současně se dotýkat kružnice k . Sestrojte střed S kružnice l , bod dotyku T s kružnicí k a kružnici l narýsujte. Zobrazte všechna řešení.

/Konstrukční úlohy, s. 36/ max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží body M, Q, P .



- 10 Bod M je vrcholem rovnoramenného trojúhelníku MNO se základnou MN . Bod P leží na ose souměrnosti trojúhelníku MNO vně tohoto trojúhelníku. Bod Q leží na straně MO trojúhelníku MNO . Úhel QMN má velikost 35° .

10.1 Zápis konstrukce:

1. $\angle XMQ; |\angle XMQ| = 35^\circ$
2. $p; p \perp MX, P \in p$
3. $O; O \in p \cap MQ$
4. $R; R \in MX \cap p$
5. $k; k(R; r = |RM|)$
6. $N; N \in k \cap MX, N \neq M$
7. trojúhelník MNO

10.2 Zápis konstrukce:

1. S_{NO} , střed strany NO
2. $T; T \in MS_{NO} \cap p$

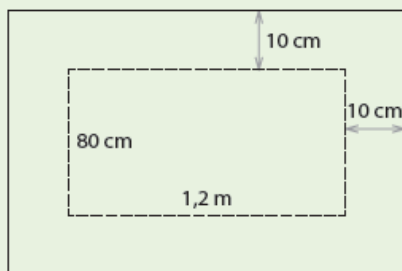
/Konstrukční úlohy, s. 36/ max. 3 body

10.1 Sestrojte chybějící vrcholy N, O rovnoramenného trojúhelníku MNO a trojúhelník narýsujte.

10.2 Sestrojte těžiště trojúhelníku MNO a označte ho písmenem T .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Na obdélníkový stůl široký 80 cm a dlouhý 1,2 m se má ušít obdélníkový ubrus tak, aby po stranách stolu přečníval o 10 cm. Okraj ubrusu se má olemovat ozdobnou stuhou.



- 11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

/Rovinné útvary, s. 49/ max. 4 body

11.1 Na olemování celého ubrusu stačí 5 m stuhy.

A N

11.2 Delší strana ubrusu je kratší než 1,6 m.

A N

11.3 Na pět takových ubrusů je potřeba alespoň 7 m² látky.

A N

Delší strana ubrusu: $1,2 \text{ m} + 10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 1,2 \text{ m} + 0,1 \text{ m} + 0,1 \text{ m} = 1,4 \text{ m} < 1,6 \text{ m}$

Kratší strana ubrusu: $(80 + 10 + 10) \text{ cm} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$

Obvod ubrusu: $o = (1 + 1,4) \cdot 2 \text{ m} = 2,4 \cdot 2 \text{ m} = 4,8 \text{ m}$

Na olemování celého ubrusu bude stačit 5 m stuhy.

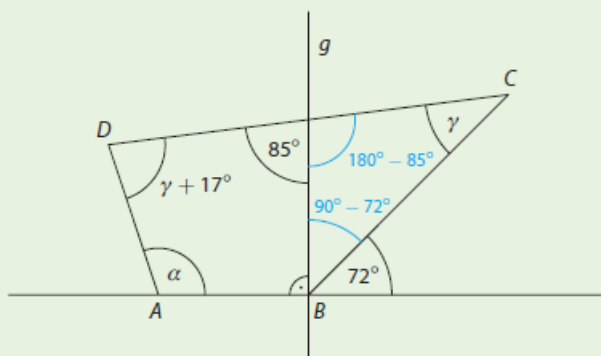
Obsah ubrusu: $S = 1 \cdot 1,4 \text{ m}^2$

Obsah pěti ubrusů: $5S = 5 \cdot 1,4 \text{ m}^2 = 7 \text{ m}^2$

Na pět takových ubrusů je potřeba alespoň 7 m² látky.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V rovině leží čtyřúhelník ABCD a přímka g , která je kolmá na polopřímku AB a prochází bodem B.



- 12 Jaká je velikost úhlu α ?
(Velikost úhlu neměřte, ale vypočítejte.)

/Úhly, s. 46/ 2 body

A) 67° B) 84° C) 101° D) 118° E) jiná velikost

$$\gamma = 180^\circ - (90^\circ - 72^\circ) - (180^\circ - 85^\circ) = 180^\circ - 18^\circ - 95^\circ = 67^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 85^\circ - 90^\circ - (67^\circ + 17^\circ) = 185^\circ - 84^\circ = 101^\circ$$

Správná odpověď je C.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Žáci byli na začátku školního roku rozděleni do tří skupin angličtiny v poměru 5 : 4 : 3 (v daném pořadí). Během září přestoupili tři žáci z první skupiny do třetí, čímž se počet dětí ve všech skupinách vyrovnal.

13 Jaký je celkový počet žáků, kteří navštěvují tyto skupiny angličtiny?

/Slovní úlohy, s. 21/ 2 body

- A) 12 B) 21 C) 24 **D) 36** E) jiný počet

1. skupina 5x žáků
 2. skupina 4x žáků
 3. skupina 3x žáků

$$5x - 3 = 4x = 3x + 3$$

$$x = 3$$

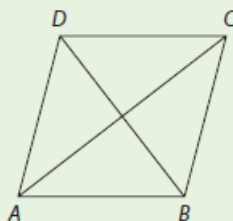
1. skupina 15 žáků
 2. skupina 12 žáků
 3. skupina 9 žáků

Celkem $15 + 12 + 9 = 36$ žáků.

Správná odpověď je **D**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Obvod kosočtverce $ABCD$ je 52 cm. Délka úhlopříčky BD je 10 cm.



14 Jaký je obsah kosočtverce $ABCD$?

/Rovinné útvary, s. 49/ 2 body

- A) 120 cm²** B) 130 cm² C) 180 cm² D) 240 cm² E) jiný obsah

Pro výpočet $|AC|$ použijeme Pythagorovu větu:

$$\left(\frac{|AC|}{2}\right)^2 + \left(\frac{|BD|}{2}\right)^2 = \left(\frac{52}{4}\right)^2$$

$$\frac{|AC|^2}{4} + 5^2 = 13^2 \quad | \cdot 4$$

$$|AC|^2 + 100 = 169 \cdot 4 \quad \quad \quad 24$$

$$|AC| = \sqrt{676 - 100} \text{ cm} \quad \quad \quad \frac{\cdot 24}{96}$$

$$|AC| = \sqrt{576} \text{ cm} \quad \quad \quad \frac{47}{576}$$

$$|AC| = 24 \text{ cm} \quad \quad \quad$$

$$e = |AC|; f = |BD|$$

$$S = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$S = \frac{24 \cdot 10}{2} \text{ cm}^2$$

$$S = 120 \text{ cm}^2$$

Správná odpověď je **A**.

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

/Procenta, s. 26/ max. 6 bodů

A) (o) méně než 20 B) (o) 20 C) (o) 21 D) (o) 22 E) (o) 25 F) (o) více než 25

15.1 Paní Krásná pěstuje okrasné rostliny. Tulipány tvoří $\frac{3}{5}$ z celkového počtu všech rostlin,

A

kteří paní Krásná pěstuje, narcisy tvoří $\frac{1}{4}$ z celkového počtu a zbytek tvoří lilie.

Kolik % z okrasných rostlin, které paní Krásná pěstuje, tvoří lilie?

$$1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{20 - 12 - 5}{20} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} \text{ tj. } 15\%$$

Lilie tvoří 15 % všech okrasných rostlin.

Správná odpověď je A.

15.2 Kuchyňský ocet je 8% roztok kyseliny octové ve vodě.

D

Kolik litrů kyseliny octové je třeba na výrobu 275 l octa?

$$\frac{8}{100} \cdot 275 \text{ l} = \frac{8 \cdot 11}{4} \text{ l} = 22 \text{ l}$$

Správná odpověď je D.

15.3 Šest strojů vyrobí zakázku za 20 hodin.

B

O kolik % se prodlouží doba výroby této zakázky, jestliže již od začátku výroby bude jeden stroj odstaven?

$$\begin{array}{l} \downarrow 6 \text{ strojů} \dots\dots\dots 20 \text{ h} \uparrow \\ \downarrow 5 \text{ strojů} \dots\dots\dots x \text{ h} \uparrow \end{array}$$

$$\frac{x}{20} = \frac{6}{5}$$

$$x = \frac{6 \cdot 20}{5} \text{ h}$$

$$x = 24 \text{ h}$$

Doba výroby se prodlouží o 4 hodiny.

$$\begin{array}{l} \uparrow 20 \text{ h} \dots\dots\dots 100\% \uparrow \\ \uparrow 4 \text{ h} \dots\dots\dots y\% \uparrow \end{array}$$

$$\frac{y}{100} = \frac{4}{20}$$

$$y = \frac{4 \cdot 100}{20} \%$$

$$y = 20 \%$$

Správná odpověď je B.

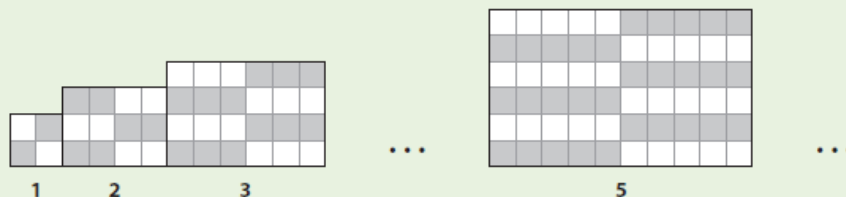
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Do čtvercové sítě jsou postupně zakreslovány pravoúhelníky.

První je čtverec, všechny další jsou obdélníky.

Čtverec je tvořen dvěma bílými a dvěma šedými čtverci sítě a jeho strana má délku 4 cm.

Každý následující pravoúhelník vznikne stejným způsobem přidáním několika bílých a šedých čtverečků tak, jak je znázorněno na obrázku.



16

/Nestandardní úlohy, s. 58/ max. 4 body

16.1 Určete, kolik šedých čtverečků celkem obsahuje 50. pravoúhelník v řadě.

50. pravoúhelník obsahuje celkem $50 \cdot 51 = 2\,550$ šedých čtverečků, což je polovina všech čtverečků v tomto pravoúhelníku.

16.2 Vypočítejte v centimetrech, jaký je delší rozměr 50. pravoúhelníku v řadě.

Strana jednoho čtverečku je dlouhá $4 : 2 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$.

Tedy strana 50. pravoúhelníku je dlouhá $2 \cdot 50 \cdot 2 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$.

16.3 Určete, kolikátý pravoúhelník v řadě je složen z celkem 220 čtverečků.

Obdélník, který obsahuje 220 čtverečků, má 110 čtverečků šedých.

Číslo 110 je součinem čísel 10 a 11. Jedná se tedy o **10. pravoúhelník** v řadě.